Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова

Дополнительное вступительное испытание по математике

июль 2017 года

1. Какое число больше: $\sqrt{\frac{7}{8}+7+\frac{8}{7}}$ или 3?

2. Известно, что $a+b+c=6$ и $a^2+b^2+c^2=16$. Найдите $ab+bc+ac$.

3. Решите уравнение $\cos 6x+\cos 5x=\sin x$.

4. Решите неравенство $x^2\log_6^2 x+6\log_5^2 x \leqslant x\log_6 x\cdot\log_5 x^5$.

5. Через вершины K и L треугольника KLM проведена окружность, касающаяся прямых KM и LM. На этой окружности выбрана точка S (внутри треугольника), лежащая на расстоянии 1 от прямой KL. Найдите расстояние от точки S до прямой LM, если известно, что $\angle KLS=\angle LMS$ и что $\angle SLM=45°$.

6. Анатолий с друзьями решили устроить пикник. Для этого им от пункта А нужно добраться вверх по реке до пункта В, причем, в их распоряжении есть два катера. Считая себя самым ответственным, Анатолий вызвался самостоятельно доехать до пункта В на более быстроходном катере и начать готовить место для пикника. Оба катера вышли одновременно из пункта А. Однако, промчавшись 8 км, Анатолий заметил на берегу машущего ему рукой Бориса, который просил по старой дружбе довезти его до пункта С. И хоть пункт С Анатолий уже проехал, он согласился. По пути в пункт С Анатолий с Борисом встретили идущий навстречу второй катер с друзьями Анатолия, откуда те крикнули, что пункт В уже совсем близко и чтобы Анатолий нигде не задерживался. Доставив Бориса в пункт С, Анатолий немедленно помчался догонять друзей. Определите, какую долю пути оставалось пройти друзьям Анатолия от момента встречи с ним и Борисом, если известно, что оба катера пришли в пункт В одновременно, расстояние между пунктами В и С равно 2 км, скорости катеров постоянны, а Анатолий, действительно, нигде не задерживался.

7. Из вершины S на плоскость основания KLM пирамиды $KLMS$ опущена высота SH. Найдите объем этой пирамиды, если известно, что площади треугольников $\triangle HLM$, $\triangle HKM$, $\triangle HKL$ равны соответственно $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{12}$, и что все три плоских угла при вершине S прямые.

8. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{x}{\sin(x^2-y^2)}-y\cdot\operatorname{ctg}(x^2-y^2)=\sqrt{\dfrac{5\pi}{6}} \\ \dfrac{y}{\sin(x^2-y^2)}-x\cdot\operatorname{ctg}(x^2-y^2)=\sqrt{\dfrac{\pi}{2}} \end{cases}.$$

Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова

Дополнительное вступительное испытание по математике

июль 2017 года

1. Какое число больше: $\sqrt{\frac{7}{9}+7+\frac{9}{7}}$ или 3?

2. Известно, что $a+b+c=4$ и $ab+bc+ac=5$. Найдите $a^2+b^2+c^2$.

3. Решите уравнение $\sin 8x - \sin 7x = \sin x$.

4. Решите неравенство $x^2 \log_5^2 x + 5\log_4^2 x \leqslant x \log_5 x \cdot \log_4 x^6$.

5. Через вершины A и C треугольника ABC проведена окружность, касающаяся прямых AB и BC. На этой окружности выбрана точка D (внутри треугольника), лежащая на расстоянии 1 от прямой AC и на расстоянии $\sqrt{7}$ от прямой AB. Найдите угол $\angle DAB$, если известно, что $\angle CAD = \angle ABD$.

6. Григорий с друзьями решили устроить пикник. Для этого им от пункта A нужно добраться вниз по реке до пункта B, причем в их распоряжении есть два катера. Считая себя самым ответственным, Григорий вызвался самостоятельно доехать до пункта B на более быстроходном катере и начать готовить место для пикника. Оба катера вышли одновременно из пункта A. Однако, промчавшись шесть километров, Григорий заметил на берегу машущего ему рукой Василия, который просил по старой дружбе довезти его до пункта C. И хоть пункт C Григорий уже проехал, он согласился. По пути в пункт C Григорий с Василием встретили идущий навстречу второй катер с друзьями Григория, откуда те крикнули, что им до пункта B осталась четверть пути и чтобы Григорий нигде не задерживался. Доставив Василия в пункт C, Григорий немедленно помчался догонять друзей. Найдите расстояние между пунктами B и C, если известно, что оба катера пришли в пункт B одновременно, скорости катеров постоянны, а Григорий, действительно, нигде не задерживался.

7. Из вершины D на плоскость основания ABC пирамиды $ABCD$ опущена высота DH. Найдите объем этой пирамиды, если известно, что площади треугольников $\triangle HBC$, $\triangle HAC$, $\triangle HAB$ равны соответственно $\frac{2}{9}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{9}$, и что все три плоских угла при вершине D прямые.

8. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{x}{\cos(x^2-y^2)} - y \cdot \operatorname{tg}(x^2-y^2) = \sqrt{\dfrac{\pi}{2}} \\ \dfrac{y}{\cos(x^2-y^2)} - x \cdot \operatorname{tg}(x^2-y^2) = \sqrt{\dfrac{\pi}{3}} \end{cases}.$$

Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова

Дополнительное вступительное испытание по математике

июль 2017 года

1. Какое число больше: $\sqrt{\dfrac{8}{9}+7+\dfrac{9}{8}}$ или 3?

2. Известно, что $a+b+c=7$ и $a^2+b^2+c^2=19$. Найдите $ab+bc+ac$.

3. Решите уравнение $\cos 8x-\cos 9x=\sin x$.

4. Решите неравенство $x^2\log_4^2 x+10\log_3^2 x\leqslant x\log_4 x\cdot\log_3 x^7$.

5. Через вершины M и K треугольника KLM проведена окружность, касающаяся прямых ML и KL. На этой окружности выбрана точка S (внутри треугольника), лежащая на расстоянии $\sqrt{2}$ от прямой MK. Найдите расстояние от точки S до прямой KL, если известно, что $\angle MKS=\angle KLS$ и что $\angle SKL=60°$.

6. Борис с друзьями решили устроить пикник. Для этого им от пункта А нужно добраться вверх по реке до пункта В, причем, в их распоряжении есть два катера. Считая себя самым ответственным, Борис вызвался самостоятельно доехать до пункта В на более быстроходном катере и начать готовить место для пикника. Оба катера вышли одновременно из пункта А. Однако, промчавшись 10 км, Борис заметил на берегу машущего ему рукой Анатолия, который просил по старой дружбе довезти его до пункта С. И хоть пункт С Борис уже проехал, он согласился. По пути в пункт С Борис с Анатолием встретили идущий навстречу второй катер с друзьями Бориса, откуда те крикнули, что пункт В уже совсем близко и чтобы Борис нигде не задерживался. Доставив Анатолия в пункт С, Борис немедленно помчался догонять друзей. Определите, какую долю пути оставалось пройти друзьям Бориса от момента встречи с ним и Анатолием, если известно, что оба катера пришли в пункт В одновременно, расстояние между пунктами В и С равно 2 км, скорости катеров постоянны, а Борис, действительно, нигде не задерживался.

7. Из вершины S на плоскость основания KLM пирамиды $KLMS$ опущена высота SH. Найдите объем этой пирамиды, если известно, что площади треугольников $\triangle HLM$, $\triangle HKM$, $\triangle HKL$ равны соответственно $\dfrac{2}{10}$, $\dfrac{3}{10}$, $\dfrac{1}{2}$, и что все три плоских угла при вершине S прямые.

8. Решите систему уравнений

$$\begin{cases}\dfrac{x}{\sin(x^2-y^2)}+y\cdot\operatorname{ctg}(x^2-y^2)=\sqrt{\dfrac{2\pi}{3}}\\[2mm] \dfrac{y}{\sin(x^2-y^2)}+x\cdot\operatorname{ctg}(x^2-y^2)=-\sqrt{\dfrac{\pi}{2}}\end{cases}.$$

Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова

Дополнительное вступительное испытание по математике

июль 2017 года

1. Какое число больше: $\sqrt{\frac{6}{7}+7+\frac{7}{6}}$ или 3?

2. Известно, что $a+b+c=5$ и $ab+bc+ac=4$. Найдите $a^2+b^2+c^2$.

3. Решите уравнение $\sin 7x+\sin 6x=\sin x$.

4. Решите неравенство $x^2\log_7^2 x+3\log_6^2 x \leqslant x\log_7 x\cdot\log_6 x^4$.

5. Через вершины A и B треугольника ABC проведена окружность, касающаяся прямых AC и BC. На этой окружности выбрана точка D (внутри треугольника), лежащая на расстоянии $\sqrt{2}$ от прямой AB и на расстоянии $\sqrt{5}$ от прямой BC. Найдите угол $\angle DBC$, если известно, что $\angle ABD=\angle BCD$.

6. Василий с друзьями решили устроить пикник. Для этого им от пункта A нужно добраться вниз по реке до пункта B, причем в их распоряжении есть два катера. Считая себя самым ответственным, Василий вызвался самостоятельно доехать до пункта B на более быстроходном катере и начать готовить место для пикника. Оба катера вышли одновременно из пункта A. Однако, промчавшись восемь километров, Василий заметил на берегу машущего ему рукой Григория, который просил по старой дружбе довезти его до пункта C. И хоть пункт C Василий уже проехал, он согласился. По пути в пункт C Василий с Григорием встретили идущий навстречу второй катер с друзьями Василия, откуда те крикнули, что им до пункта B осталась треть пути и чтобы Василий нигде не задерживался. Доставив Григория в пункт C, Василий немедленно помчался догонять друзей. Найдите расстояние между пунктами B и C, если известно, что оба катера пришли в пункт B одновременно, скорости катеров постоянны, а Василий, действительно, нигде не задерживался.

7. Из вершины D на плоскость основания ABC пирамиды $ABCD$ опущена высота DH. Найдите объем этой пирамиды, если известно, что площади треугольников $\triangle HBC$, $\triangle HAC$, $\triangle HAB$ равны соответственно $\frac{2}{9}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{9}$, и что все три плоских угла при вершине D прямые.

8. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{x}{\cos(x^2-y^2)}-y\cdot\operatorname{tg}(x^2-y^2)=\sqrt{\dfrac{\pi}{2}} \\ \dfrac{y}{\cos(x^2-y^2)}-x\cdot\operatorname{tg}(x^2-y^2)=\sqrt{\dfrac{\pi}{3}} \end{cases}.$$

Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова

Дополнительное вступительное испытание по математике

июль 2017 года

1. Какое число больше: $\sqrt{\frac{6}{7}+7+\frac{7}{6}}$ или 3?

2. Известно, что $a+b+c=5$ и $ab+bc+ac=4$. Найдите $a^2+b^2+c^2$.

3. Решите уравнение $\sin 8x - \sin 7x = \sin x$.

4. Решите неравенство $x^2\log_5^2 x + 5\log_4^2 x \leqslant x\log_5 x\cdot\log_4 x^6$.

5. Через вершины A и C треугольника ABC проведена окружность, касающаяся прямых AB и BC. На этой окружности выбрана точка D (внутри треугольника), лежащая на расстоянии 1 от прямой AC и на расстоянии $\sqrt{7}$ от прямой AB. Найдите угол $\angle DAB$, если известно, что $\angle CAD = \angle ABD$.

6. Григорий с друзьями решили устроить пикник. Для этого им от пункта A нужно добраться вниз по реке до пункта B, причем в их распоряжении есть два катера. Считая себя самым ответственным, Григорий вызвался самостоятельно доехать до пункта B на более быстроходном катере и начать готовить место для пикника. Оба катера вышли одновременно из пункта A. Однако, промчавшись шесть километров, Григорий заметил на берегу машущего ему рукой Василия, который просил по старой дружбе довезти его до пункта C. И хоть пункт C Григорий уже проехал, он согласился. По пути в пункт C Григорий с Василием встретили идущий навстречу второй катер с друзьями Григория, откуда те крикнули, что им до пункта B осталась четверть пути и чтобы Григорий нигде не задерживался. Доставив Василия в пункт C, Григорий немедленно помчался догонять друзей. Найдите расстояние между пунктами B и C, если известно, что оба катера пришли в пункт B одновременно, скорости катеров постоянны, а Григорий, действительно, нигде не задерживался.

7. Из вершины D на плоскость основания ABC пирамиды $ABCD$ опущена высота DH. Найдите объем этой пирамиды, если известно, что площади треугольников $\triangle HBC$, $\triangle HAC$, $\triangle HAB$ равны соответственно $\frac{2}{11}$, $\frac{4}{11}$, $\frac{5}{11}$, и что все три плоских угла при вершине D прямые.

8. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{x}{\cos(x^2-y^2)} + y\cdot\operatorname{tg}(x^2-y^2) = \sqrt{\dfrac{\pi}{2}} \\ \dfrac{y}{\cos(x^2-y^2)} + x\cdot\operatorname{tg}(x^2-y^2) = -\sqrt{\dfrac{\pi}{6}} \end{cases}$$

вский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова

Дополнительное вступительное испытание по математике

июль 2017 года

1. Какое число больше: $\sqrt{\frac{7}{8}+7+\frac{8}{7}}$ или 3?

2. Известно, что $a+b+c=6$ и $a^2+b^2+c^2=16$. Найдите $ab+bc+ac$.

3. Решите уравнение $\cos 6x+\cos 5x=\sin x$.

4. Решите неравенство $x^2\log_6^2 x+6\log_5^2 x \leqslant x\log_6 x\cdot\log_5 x^5$.

5. Через вершины M и K треугольника KLM проведена окружность, касающаяся прямых ML и KL. На этой окружности выбрана точка S (внутри треугольника), лежащая на расстоянии $\sqrt{2}$ от прямой MK. Найдите расстояние от точки S до прямой KL, если известно, что $\angle MKS=\angle KLS$ и что $\angle SKL=60^\circ$.

6. Борис с друзьями решили устроить пикник. Для этого им от пункта А нужно добраться вверх по реке до пункта В, причем, в их распоряжении есть два катера. Считая себя самым ответственным, Борис вызвался самостоятельно доехать до пункта В на более быстроходном катере и начать готовить место для пикника. Оба катера вышли одновременно из пункта А. Однако, промчавшись 10 км, Борис заметил на берегу машущего ему рукой Анатолия, который просил по старой дружбе довезти его до пункта С. И хоть пункт С Борис уже проехал, он согласился. По пути в пункт С Борис с Анатолием встретили идущий навстречу второй катер с друзьями Бориса, откуда те крикнули, что пункт В уже совсем близко и чтобы Борис нигде не задерживался. Доставив Анатолия в пункт С, Борис немедленно помчался догонять друзей. Определите, какую долю пути оставалось пройти друзьям Бориса от момента встречи с ним и Анатолием, если известно, что оба катера пришли в пункт В одновременно, расстояние между пунктами В и С равно 2 км, скорости катеров постоянны, а Борис, действительно, нигде не задерживался.

7. Из вершины S на плоскость основания KLM пирамиды $KLMS$ опущена высота SH. Найдите объем этой пирамиды, если известно, что площади треугольников $\triangle HLM$, $\triangle HKM$, $\triangle HKL$ равны соответственно $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{12}$, и что все три плоских угла при вершине S прямые.

8. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{x}{\sin(x^2-y^2)} - y\cdot\operatorname{ctg}(x^2-y^2)=\sqrt{\dfrac{5\pi}{6}} \\ \dfrac{y}{\sin(x^2-y^2)} - x\cdot\operatorname{ctg}(x^2-y^2)=\sqrt{\dfrac{\pi}{2}} \end{cases}$$

Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова

Дополнительное вступительное испытание по математике

июль 2017 года

1. Какое число больше: $\sqrt{\frac{8}{9}+7+\frac{9}{8}}$ или 3?

2. Известно, что $a+b+c=7$ и $a^2+b^2+c^2=19$. Найдите $ab+bc+ac$.

3. Решите уравнение $\cos 6x+\cos 5x=\sin x$.

4. Решите неравенство $x^2\log_6^2 x+6\log_5^2 x \leqslant x\log_6 x\cdot\log_5 x^5$.

5. Через вершины K и L треугольника KLM проведена окружность, касающаяся прямых KM и LM. На этой окружности выбрана точка S (внутри треугольника), лежащая на расстоянии 1 от прямой KL. Найдите расстояние от точки S до прямой LM, если известно, что $\angle KLS=\angle LMS$ и что $\angle SLM=45°$.

6. Анатолий с друзьями решили устроить пикник. Для этого им от пункта А нужно добраться вверх по реке до пункта В, причем, в их распоряжении есть два катера. Считая себя самым ответственным, Анатолий вызвался самостоятельно доехать до пункта В на более быстроходном катере и начать готовить место для пикника. Оба катера вышли одновременно из пункта А. Однако, промчавшись 8 км, Анатолий заметил на берегу машущего ему рукой Бориса, который просил по старой дружбе довезти его до пункта С. И хоть пункт С Анатолий уже проехал, он согласился. По пути в пункт С Анатолий с Борисом встретили идущий навстречу второй катер с друзьями Анатолия, откуда те крикнули, что пункт В уже совсем близко и чтобы Анатолий нигде не задерживался. Доставив Бориса в пункт С, Анатолий немедленно помчался догонять друзей. Определите, какую долю пути оставалось пройти друзьям Анатолия от момента встречи с ним и Борисом, если известно, что оба катера пришли в пункт В одновременно, расстояние между пунктами В и С равно 2 км, скорости катеров постоянны, а Анатолий, действительно, нигде не задерживался.

7. Из вершины S на плоскость основания KLM пирамиды $KLMS$ опущена высота SH. Найдите объем этой пирамиды, если известно, что площади треугольников $\triangle HLM$, $\triangle HKM$, $\triangle HKL$ равны соответственно $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{1}{2}$, и что все три плоских угла при вершине S прямые.

8. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{x}{\sin(x^2-y^2)}+y\cdot\operatorname{ctg}(x^2-y^2)=\sqrt{\dfrac{2\pi}{3}} \\ \dfrac{y}{\sin(x^2-y^2)}+x\cdot\operatorname{ctg}(x^2-y^2)=-\sqrt{\dfrac{\pi}{2}} \end{cases}$$