Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова

Дополнительное вступительное испытание по математике

июль 2012 года

ВАРИАНТ 123.

1. Найдите многочлен второй степени, если известно, что его корни равны $-\frac{3}{5}$ и $\frac{13}{7}$, а средний коэффициент равен -4.

2. Вычислите $\log_5\left(-\log_3\frac{8}{1944}\right)$.

3. Решите неравенство

$$(9^x - 2\cdot 3^{x+1} + 8)\cdot\sqrt{4-2^{2x}} \geq 0.$$

4. Решите уравнение

$$\sin 4x + \sqrt{3}\sin 3x + \sin 2x = 0.$$

5. Найдите площадь фигуры, состоящей из точек (x, y) координатной плоскости, удовлетворяющих уравнению

$$2|x+2| + |y| + |2x-y| = 4.$$

6. Окружность с центром, лежащим на стороне BC треугольника ABC, касается сторон AB и AC в точках K и L, соответственно, и пересекает сторону BC в точках M, N (точка M лежит между точками B и N). Найдите CN, если известно, что $BM = 8$ и $BK : KA = AL : LC = 2 : 1$.

7. Определите, при каких значениях параметра a уравнение

$$a\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{3y}$$

имеет единственное решение (x, y).

8. В основании пирамиды лежит равнобедренный треугольник ABC со сторонами $AC = BC = 4$ и $AB = \frac{8}{3}$, боковые ребра AS, BS, CS пирамиды равны соответственно 3, 3 и 5. Прямой круговой цилиндр расположен так, что окружность его верхнего основания имеет ровно одну общую точку с каждой из боковых граней пирамиды, а окружность нижнего основания лежит в плоскости ABC и касается ровно одного из рёбер основания пирамиды. Найдите высоту цилиндра.

(36,74)

Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова

Дополнительное вступительное испытание по математике

июль 2012 года

ВАРИАНТ 121.

1. Найдите многочлен второй степени, если известно, что его корни равны $-\frac{2}{5}$ и $\frac{11}{3}$, а средний коэффициент равен -7.

2. Вычислите $\log_3\left(-\log_6\frac{7}{1512}\right)$.

3. Решите неравенство

$$(4^x - 2^{x+3} + 15)\cdot\sqrt{3^x - 9} \geq 0.$$

4. Решите уравнение

$$\cos 4x - \sqrt{2}\cos 3x + \cos 2x = 0.$$

5. Найдите площадь фигуры, состоящей из точек (x, y) координатной плоскости, удовлетворяющих уравнению

$$|2x + y| + |y| + 2|x - 1| = 2.$$

6. Окружность с центром, лежащим на стороне BC треугольника ABC, касается сторон AB и AC в точках D и E, соответственно, и пересекает сторону BC в точках F, G (точка F лежит между точками B и G). Найдите CG, если известно, что $BF = 1$ и $BD : DA = AE : EC = 1 : 2$.

7. Определите, при каких значениях параметра a уравнение

$$a\sqrt{x+y} = \sqrt{2x} + \sqrt{y}$$

имеет единственное решение (x, y).

8. В основании пирамиды лежит правильный треугольник ABC со стороной $\sqrt{3}$, боковые ребра AS, BS, CS пирамиды равны соответственно 4, 4 и 5. Прямой круговой цилиндр расположен так, что окружность его верхнего основания имеет ровно одну общую точку с каждой из боковых граней пирамиды, а окружность нижнего основания лежит в плоскости ABC и касается ровно одного из рёбер основания пирамиды. Найдите радиус основания цилиндра.

Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова

Дополнительное вступительное испытание по математике

июль 2012 года

ВАРИАНТ 122.

1. Найдите многочлен второй степени, если известно, что его корни равны $-\dfrac{4}{7}$ и $\dfrac{5}{3}$, а свободный член равен -2.

2. Вычислите $\log_2 \log_{81} \dfrac{417}{139}$.

3. Решите неравенство

$$(9^x - 3^{x+2} + 14) \cdot \sqrt{4 - 2^x} \leq 0.$$

4. Решите уравнение

$$\sin 3x = \sqrt{2} \cos x - \sin x.$$

5. Найдите площадь фигуры, состоящей из точек (x, y) координатной плоскости, удовлетворяющих уравнению

$$|x| + |x + 3y| + 3|y - 2| = 6.$$

6. Окружность касается сторон AB и BC треугольника ABC в точках D и E, соответственно, и пересекает сторону AC в точках F, G (точка F лежит между точками A и G). Найдите радиус этой окружности, если известно, что $AF = 5$, $GC = 2$, $AD : DB = 2 : 1$ и $BE = EC$.

7. Определите, при каких значениях параметра a уравнение

$$a\sqrt{x + y} = \sqrt{3x} + 2\sqrt{y}$$

имеет единственное решение (x, y).

8. В основании пирамиды лежит равнобедренный треугольник ABC со сторонами $AC = BC = 5$ и $AB = 6$, боковые ребра AS, BS, CS пирамиды равны соответственно 7, 7 и 4. Прямой круговой цилиндр расположен так, что окружность его верхнего основания имеет ровно одну общую точку с каждой из боковых граней пирамиды, а окружность нижнего основания лежит в плоскости ABC и касается прямых AC и BC. Найдите высоту цилиндра.

Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова

Дополнительное вступительное испытание по математике

июль 2012 года

ВАРИАНТ 124.

1. Найдите многочлен второй степени, если известно, что его корни равны $-\dfrac{5}{7}$ и $\dfrac{9}{4}$, а свободный член равен -5.

2. Вычислите $\log_3 \log_{64} \dfrac{716}{179}$.

3. Решите неравенство

$$(4^x - 7 \cdot 2^x + 12) \cdot \sqrt{3^{x+1} - 1} \leq 0.$$

4. Решите уравнение

$$\cos 3x = \cos x + \sqrt{3} \sin x.$$

5. Найдите площадь фигуры, состоящей из точек (x, y) координатной плоскости, удовлетворяющих уравнению

$$|2y - x| + 2|y + 4| + |x| = 8.$$

6. Окружность касается сторон AB и BC треугольника ABC в точках K и L, соответственно, и пересекает сторону AC в точках M, N (точка M лежит между точками A и N). Найдите радиус этой окружности, если известно, что $AM = 1$, $NC = 3$, $AK : KB = 2 : 1$ и $BL : LC = 1 : 4$.

7. Определите, при каких значениях параметра a уравнение

$$a\sqrt{x + y} = \sqrt{2x} + \sqrt{3y}$$

имеет единственное решение (x, y).

8. В основании пирамиды лежит правильный треугольник ABC со стороной 5, боковые ребра AS, BS, CS пирамиды равны соответственно 7, 7 и 3. Прямой круговой цилиндр расположен так, что окружность его верхнего основания имеет ровно одну общую точку с каждой из боковых граней пирамиды, а окружность нижнего основания лежит в плоскости ABC и касается прямых AC и BC. Найдите радиус основания цилиндра.