

ВАРИАНТ 311

1. Решите уравнение:

$$|-4^x + 2^{x+5} - 150| = 150.$$

2. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} (x - y)\sqrt{y + 1} = 0, \\ \sqrt{x^2 + 6x + y + 10} = -y^2 - 8y + x + 2. \end{cases}$$

3. а) Решите уравнение:

$$\frac{9(\sin x + \cos x)^2}{\cos 2x} + \frac{32(1 + 7 \operatorname{ctg} x \operatorname{tg} 4x)}{\operatorname{tg} x + 7 \operatorname{tg} 4x} + 7 = 0.$$

б) Найдите сумму всех корней этого уравнения, принадлежащих отрезку $[0; 120\pi]$, и выясните, что больше: эта сумма или число 23040.

4. В 4-угольник $ABCD$ можно вписать окружность и около него можно описать окружность. Каждая его диагональ делит его площадь в отношении $2 : 3$. Найдите тангенсы всех углов 4-угольника $ABCD$ и радиус окружности, описанной около 4-угольника, если наибольшая сторона его имеет длину 24.

5. Решите неравенство:

$$4 + (\cos x)(\log_3 x)(\log_4 81) + (\sin^2 x)(\log_2 x^8) \leq 2 \cos x - 4 \cos 2x + \log_{\sqrt{2}} x^4.$$

6. Найдите все значения x , при которых наименьшее из чисел $(x + 1)^3$ и $x^2 - 3x - 2$ меньше чем наименьшее из чисел $x^3 + 3x^2 + 2x + 2$ и $x^2 + 5x + 4$.

ВАРИАНТ 312

1. Решите уравнение:

$$|-25^x + 5^{x+2} - 100| = 100.$$

2. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} (x - y)\sqrt{y - 5} = 0, \\ \sqrt{x^2 - 6x + y + 4} = -y^2 + 4y + x + 8. \end{cases}$$

3. а) Решите уравнение:

$$\frac{9 \cos 2x}{(\sin x + \cos x)^2} + \frac{2(1 + 8 \operatorname{tg} x \operatorname{tg} 4x)}{\operatorname{ctg} x + 8 \operatorname{tg} 4x} + 23 = 0.$$

б) Найдите сумму всех корней этого уравнения, принадлежащих отрезку $[0; 140\pi]$, и выясните, что больше: эта сумма или число 30380.

4. В 4-угольник $ABCD$ можно вписать окружность и около него можно описать окружность. Каждая его диагональ делит его площадь в отношении 1 : 6. Найдите тангенсы всех углов 4-угольника $ABCD$ и радиус окружности, описанной около 4-угольника, если наибольшая сторона его имеет длину 48.

5. Решите неравенство:

$$6 + (\cos x)(\log_3 x)(\log_2 81) + (\sin^2 x)(\log_2 x^{12}) \leq 4 \cos x - 6 \cos 2x + \log_{\sqrt{2}} x^6.$$

6. Найдите все значения x , при которых наименьшее из чисел $(x - 2)^3$ и $x^2 - 9x + 16$ меньше чем наименьшее из чисел $x^3 - 6x^2 + 11x - 4$ и $x^2 - x - 2$.

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

июль 2010 г.

ВАРИАНТ 313

1. Решите уравнение:

$$|-9^x + 3^{x+3} - 130| = 130.$$

2. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} (x - y)\sqrt{y - 6} = 0, \\ \sqrt{x^2 - 8x + y + 10} = -y^2 + 6y + x + 2. \end{cases}$$

3. а) Решите уравнение:

$$\frac{8(\sin x + \cos x)^2}{\cos 2x} + \frac{25(\operatorname{ctg} x + 6 \operatorname{tg} 4x)}{1 + 6 \operatorname{tg} x \operatorname{tg} 4x} + 7 = 0.$$

б) Найдите сумму всех корней этого уравнения, принадлежащих отрезку $[0; 140\pi]$, и выясните, что больше: эта сумма или число 31360.

4. В 4-угольник $ABCD$ можно вписать окружность и около него можно описать окружность. Каждая его диагональ делит его площадь в отношении 3 : 4. Найдите тангенсы всех углов 4-угольника $ABCD$ и радиус окружности, описанной около 4-угольника, если наибольшая сторона его имеет длину 64.

5. Решите неравенство:

$$2 + (\cos x)(\log_2 x)(\log_{27} 8) + (\sin^2 x)(\log_3 x^4) \leq \cos x - 2 \cos 2x + \log_{\sqrt{3}} x^2.$$

6. Найдите все значения x , при которых наименьшее из чисел $(x - 1)^3$ и $x^2 - 7x + 8$ меньше чем наименьшее из чисел $x^3 - 3x^2 + 2x + 2$ и $x^2 + x - 2$.

ВАРИАНТ 314

1. Решите уравнение:

$$|-36^x + 6^{x+2} - 200| = 200.$$

2. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} (x - y)\sqrt{y + 2} = 0, \\ \sqrt{x^2 + 8x + y + 18} = -y^2 - 10y + x - 6. \end{cases}$$

3. а) Решите уравнение:

$$\frac{8 \cos 2x}{(\sin x + \cos x)^2} + \frac{\operatorname{tg} x + 5 \operatorname{tg} 4x}{1 + 5 \operatorname{ctg} x \operatorname{tg} 4x} + 17 = 0.$$

б) Найдите сумму всех корней этого уравнения, принадлежащих отрезку $[0; 120\pi]$, и выясните, что больше: эта сумма или число 22320.

4. В 4-угольник $ABCD$ можно вписать окружность и около него можно описать окружность. Каждая его диагональ делит его площадь в отношении 1 : 5. Найдите тангенсы всех углов 4-угольника $ABCD$ и радиус окружности, описанной около 4-угольника, если наибольшая сторона его имеет длину 20.

5. Решите неравенство:

$$3 + (\cos x)(\log_2 x)(\log_9 16) + (\sin^2 x)(\log_3 x^6) \leq 2 \cos x - 3 \cos 2x + \log_{\sqrt{3}} x^3.$$

6. Найдите все значения x , при которых наименьшее из чисел $(x + 2)^3$ и $x^2 - x - 4$ меньше чем наименьшее из чисел $x^3 + 6x^2 + 11x + 8$ и $x^2 + 7x + 10$.