Московский государственный университет
имени М. В. Ломоносова

ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ

Вариант № 2

1. Решить неравенство
$$\frac{x^2+5x+9}{x+5} \leqslant 1.$$

2. Решить уравнение $1 - x = |x^2 - 3x + 1|$.

3. Решить неравенство $(x^2 - 2x - 8)\sqrt{x^2 - 9x + 8} \geqslant 0$.

4. Решить уравнение $4\cos^2(6x) + 1 = 8\cos^2(3x)$.

5. Найти синус наименьшего угла треугольника, у которого длины сторон образуют геометрическую прогрессию, а центр описанной окружности лежит на одной из сторон.

6. Решить уравнение
$$4\log_{(36-x^2)}\left(\sqrt{x+2\sqrt{x}+1} - \sqrt{x}\right) + \log_{(36+x^2)}\cos(\pi x) = 0.$$

7. Высота прямого кругового цилиндра не превосходит 21, а сумма площадей его оснований не превосходит 200π. На одном из оснований этого цилиндра отмечена точка M, а на другом — точка N, длина отрезка MN равна 29. (а) Чему может равняться полная площадь поверхности этого цилиндра? (б) Каков минимально возможный объем шара, содержащего такой цилиндр?

8. Найти все значения z, при каждом из которых числа
$$-2^{z^2+2z+1}, \quad \cos(\arcsin(z+1)), \quad |z+1|,$$
взятые в некотором порядке, являются подряд идущими членами некоторой арифметической прогрессии.

9. Найти все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $(a-1)\cdot 9^{-4x} + a + 3\cdot 9^{-8x-1} = 0$ имеет ровно два корня, больший из которых не меньше $\frac{1}{8}$.

июль 2009 г.

Московский государственный университет
имени М. В. Ломоносова

ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ

Вариант № 1

шить неравенство
$$\frac{x^2+3x+7}{x-3} \geqslant -1.$$

шить уравнение $|x^2 - 5x + 3| = x - 3$.

шить неравенство $(x^2 - 7x + 6)\sqrt{x^2 - 10x + 21} \geqslant 0$.

шить уравнение $8\cos^2(5x) - 4\cos^2(10x) = 1$.

нтр описанной около треугольника окружности лежит на одной из рон этого треугольника, а длины сторон этого треугольника образу- геометрическую прогрессию. Найти тангенс наименьшего угла этого еугольника.

шить уравнение
$$\log_{(20+x^2)}\sin(\pi x) = -3\log_{(20-x^2)}\left(\sqrt{x+2\sqrt{x}+1} - \sqrt{x}\right).$$

одном из оснований прямого кругового цилиндра отмечена точка а на другом — точка B, длина отрезка AB равна 17. Известно, что сота этого цилиндра не превосходит 15, а сумма площадей оснований превосходит 32π. (а) Чему может равняться объем этого цилиндра? Какова минимально возможная площадь поверхности шара, содер- щего такой цилиндр?

йти все значения y, при каждом из которых числа
$$\cos(\arcsin(y+1)), \quad |y+1|, \quad 2^{y^2+2y+2},$$
ятые в некотором порядке, являются подряд идущими членами неко- рой арифметической прогрессии.

йти все значения параметра b, при каждом из которых уравнение $3^{-2x} + b + 1 = -3^{-4x-1}$ имеет ровно два корня, больший из которых меньше $\frac{1}{2}$.

июль 2009 г.

Московский государственный университет
имени М. В. Ломоносова

ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ

Вариант № 3

1. Решить неравенство
$$\frac{x^2+x+3}{x-2} \geqslant -1.$$

2. Решить уравнение $3-x=|x^2-5x+3|$.

3. Решить неравенство $(x^2+4x-12)\sqrt{x^2-4x-5} \geqslant 0$.

4. Решить уравнение $8\cos^2(7x)-1=4\cos^2(14x)$.

5. Центр описанной около треугольника окружности лежит на одной из сторон этого треугольника, а длины сторон этого треугольника образуют геометрическую прогрессию. Найти косинус наименьшего угла этого треугольника.

6. Решить уравнение
$$\log_{(5-x^2)}\left(\sqrt{x+2\sqrt{x}+1}-\sqrt{x}\right) = -5\log_{(5+x^2)}\sin(2\pi x).$$

7. Высота прямого кругового цилиндра не превосходит 15, а сумма площадей его оснований не превосходит 32π. На одном из оснований этого цилиндра отмечена точка P, а на другом — точка Q, длина отрезка PQ равна 17. (а) Чему может равняться полная площадь поверхности этого цилиндра? (б) Каков минимально возможный объем шара, содержащего такой цилиндр?

8. Найти все значения z, при каждом из которых числа
$$2^{z^2-2z+2}, \quad |z-1|, \quad \sin(\arccos(z-1)),$$
взятые в некотором порядке, являются подряд идущими членами некоторой арифметической прогрессии.

9. Найти все значения параметра c, при каждом из которых уравнение $3^{-8x-1}+1=c\left(3^{-4x}+1\right)$ имеет ровно два корня, больший из которых не меньше $\frac{1}{4}$.

июль 2009 г.

Московский государственный университет
имени М. В. Ломоносова

ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ

Вариант № 4

1. Решить неравенство
$$\frac{x^2-5x+10}{x+1} \leqslant 1.$$

2. Решить уравнение $|x^2+3x+1|=x+1$.

3. Решить неравенство $(x^2-9x+14)\sqrt{x^2-4x-12} \geqslant 0$.

4. Решить уравнение $4\cos^2(18x)+1-8\cos^2(9x)=0$.

5. Найти котангенс наименьшего угла треугольника, у которого длины сторон образуют геометрическую прогрессию, а центр описанной окружности лежит на одной из сторон.

6. Решить уравнение
$$6\log_{(25+x^2)}\cos(2\pi x)+\log_{(25-x^2)}\left(\sqrt{x+2\sqrt{x}+1}-\sqrt{x}\right)=0.$$

7. На одном из оснований прямого кругового цилиндра отмечена точка C, а на другом — точка D, длина отрезка CD равна 29. Известно, что высота этого цилиндра не превосходит 21, а сумма площадей оснований не превосходит 200π. (а) Чему может равняться объем этого цилиндра? (б) Какова минимально возможная площадь поверхности шара, содержащего такой цилиндр?

8. Найти все значения y, при каждом из которых числа
$$|y-1|, \quad \sin(\arccos(y-1)), \quad -2^{y^2-2y+1},$$
взятые в некотором порядке, являются подряд идущими членами некоторой арифметической прогрессии.

9. Найти все значения параметра p, при каждом из которых уравнение $3\cdot 9^{-6x-1}-p=(p+1)\cdot 9^{-3x}$ имеет ровно два корня, больший из которых не меньше $\frac{1}{6}$.

июль 2009 г.