Решения задач заочной олимпиады ФББ 2014

7-й класс

3. Брошенный вертикально вверх мяч пролетел мимо наблюдателя на высоте 5,1 м вверх и затем вниз с интервалом 2 с. На какую высоту поднимался мяч?

Решение. Перенесем начало координат в точку, где находится наблюдатель, т.е. на высоту $h_0 = 5{,}1$ м, а время будем отсчитывать от момента первого пролета мяча через начало координат. Скорость мяча в начальный момент времени обозначим v_0, а время подъема на максимальную высоту t_m. Тогда t_m = 1 с. На максимальной высоте скорость мяча равна нулю, поэтому $v_0 - gt_m = 0$, т.е. $v_0 = gt_m = 9{,}8$ м·с$^{-1}$. Максимальная высота подъема в нашей системе координат равна $h_m = v_0 t_m - \frac{gt_m^2}{2} = \frac{gt_m^2}{2} = 4{,}9$м, а относительно земли высота подъема составит $h = h_0 + h_m = 5{,}1 + 4{,}9 = 10$м.

Ответ: 10 м.

4. Оцените, во сколько раз изменится кинетическая энергия альфа-частицы в результате упругого столкновения с покоящимся ядром ^{24}Mg, после которого она полетела в обратном направлении?

Решение. Обозначим массу альфа-частицы m, тогда масса ядра ^{24}Mg равна nm, где n = 6. При упругом столкновении сохраняются энергия и импульс:

$$mv = nmv_2 - mv_1;$$
$$\frac{mv^2}{2} = \frac{nmv_2^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2},$$

где v, v_1 – скорости альфа-частицы до и после столкновения, v_2 – скорость ядра магния после столкновения. В задаче требуется найти отношение кинетической энергии альфа-частицы после столкновения к энергии до столкновения, т.е. определить отношение v_1^2/v^2.

Сокращая на m, получим уравнения:

$v = nv_2 - v_1,$
$v^2 = nv_2^2 + v_1^2.$

Из первого уравнения следует, что $v_2 = \left(v + v_1\right)/n$, следовательно $v_2^2 = \left(v^2 + 2vv_1 + v_1^2\right)/n^2$. Подставив это значение во второе уравнение, получим уравнение $nv^2 = v^2 + 2vv_1 + v_1^2 + nv_1^2$, или, перенеся все члены в левую часть уравнения: $\left(n+1\right)v_1^2 + 2vv_1 - \left(n-1\right)v^2 = 0$. Разделив обе части уравнения на v^2 и обозначив $x = v_1/v$, получим уравнение: $\left(n+1\right)x^2 + 2x - \left(n-1\right) = 0$. Поскольку у многочлена (квадратного трехчлена) в левой части уравнения суммы коэффициентов при четных и нечетных степенях *x* равны друг другу, одним из его корней является –1. Это решение не годится, поскольку соответствует неизменности кинетической энергии частицы. Разделив квадратный трехчлен на (x + 1) и приравняв результат нулю, получим: $\left(n+1\right)x - \left(n-1\right) = 0$, откуда $x = v_1/v = \left(n-1\right)\Big/\left(n+1\right) = \frac{5}{7}$. Следовательно, искомое отношение $v_1^2/v^2 = \frac{25}{49} = 0,51$.

Ответ: отношение кинетической энергии альфа-частицы после столкновения к энергии до столкновения равно 0,51.

8-й класс

5. С какой начальной скоростью надо бросить камень вертикально вверх, чтобы, поднимаясь, он достиг высоты 16 м за 2 с?

Решение. Из уравнения движения $h = v_0 t - gt^2/2$ для начальной скорости имеем: $v_0 = h/t + gt/2$. Подставив в это уравнение значения h = 16 м, g = 9,8 м·с$^{-2}$, t = 2 с, получим v_0 = 8 + 9,8 = 17,8 м·с$^{-1}$. Однако при такой начальной скорости через 2 с величина скорости тела будет равна $v = v_0 - gt = 17,8 - 9,8 \times 2 = -1,8$ м·с$^{-1}$, т.е. тело будет уже падать, а не подниматься. Следовательно, нет такой начальной скорости, при которой тело, поднимаясь, достигло бы высоты 16 м за 2 с.

Ответ: такой скорости не существует.

6. В сосуде объемом 2 л находится 10 г жидкого аммиака и его насыщенный пар. При температуре 0 °С давление насыщенного пара равно P_1 = 0,43 МПа, а при 4 °С P_2 = 0,5 МПа. В этом диапазоне температур средняя удельная теплоемкость жидкого аммиака равна $c_ж$ = 4,6 кДж·кг$^{-1}$·К$^{-1}$, насыщенного пара $c_п$ = 3,5 кДж·кг$^{-1}$·К$^{-1}$, а теплота парообразования L = 1260 кДж·кг$^{-1}$. Оцените теплоемкость этой системы в данном интервале температур без учета теплоемкости сосуда.

Решение. Теплоемкость системы c равна отношению количества теплоты Q, сообщенной системе, к повышению температуры системы: $c = Q/(T_2 - T_1)$, где T_1 =273 К, T_2 = 277 К. Объем системы не изменяется, поэтому механической работы она не совершает. Первый закон термодинамики в этом случае имеет вид: $Q = \Delta U$, где ΔU – приращение внутренней энергии.

При переходе системы из начального состояния в конечное часть жидкости испаряется, а оставшаяся жидкость и пар нагреваются от начальной температуры T_1 до конечной T_2. При оценке теплоемкости мы пренебрежем объемом жидкости по сравнению с объемом сосуда (плотность жидкого аммиака примерно 700 кг·м$^{-3}$). Тогда $Q = Q_1 + Q_2$, где $Q_1 = L\Delta m$ – теплота испарения, $Q_2 = c_l(m_l - \Delta m)(T_2 - T_1) + c_v(m_v + \Delta m)(T_2 - T_1)$ – теплота, пошедшая на нагревание. Здесь $c_l = c_ж$ – удельная теплоемкость жидкости, $c_v = c_п$ – удельная теплоемкость пара, m_l и m_v – начальные массы жидкости и пара Δm – масса испарившейся жидкости. Если в начальном состоянии в сосуде было n_1 молей пара, то масса пара $m_v = n_1 M$, где M – молярная масса аммиака. Так как $n_1 = \dfrac{P_1 V}{RT_1}$, то

$$m_v = \frac{MV}{R}\cdot\frac{P_1}{T_1} \approx \frac{17\cdot 10^{-3}\cdot 2\cdot 10^{-3}}{8,314}\cdot\frac{4,3\cdot 10^5}{273} \approx 4,1\cdot 10^{-6}\cdot 1,58\cdot 10^3 \approx 6,48\cdot 10^{-3}\text{кг.}$$

Пусть число молей пара изменилось от n_1 до n_2, тогда $\Delta m = (n_2 - n_1)M = \dfrac{MV}{R}\left(\dfrac{P_2}{T_2} - \dfrac{P_1}{T_1}\right)$ кг. $\Delta m = 4,1\cdot 10^{-6}\left(\dfrac{5\cdot 10^5}{277} - 1,58\cdot 10^3\right) = 0,94\cdot 10^{-3}$ кг. Теперь можно оценить теплоемкость: $c = \dfrac{Q_1 + Q_2}{T_2 - T_1} = c_l\left(m_l - \Delta m\right) + c_v\left(m_v + \Delta m\right) + \dfrac{L\Delta m}{T_2 - T_1}$.

Подставив численные значения, получим:

$$c \approx 4,6 \cdot \left(10 - 0,94\right) \cdot 10^{-3} + 3,5 \cdot \left(6,48 + 0,94\right) \cdot 10^{-3} + \frac{1260 \cdot 0,94 \cdot 10^{-3}}{4} \approx 0,36\ \text{кДж} \cdot \text{К}^{-1}.$$

Ответ: 0,36 кДж·К$^{-1}$.