

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
профессионального образования
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
Факультет биоинженерии и биоинформатики

УТВЕРЖДАЮ

Декан
факультета биоинженерии
и биоинформатики,
академик

_____/В.П. Скулачев /

« ____ » _____ 20__ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины:

Комбинаторика

Уровень высшего образования:

специалитет

Направление подготовки (специальность):

06.05.01 Биоинженерия и биоинформатика

Форма обучения:

очная

Рабочая программа рассмотрена и одобрена

Ученым советом факультета

(протокол № _____, _____)

Москва 20__

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по специальности 06.05.01 «Биоинженерия и биоинформатика» (программы специалитета) в редакции приказа МГУ от 30 декабря 2016 г.

Год (годы) приема на обучение – 2016, 2017, 2018, 2019.

© Факультет биоинженерии и биоинформатики МГУ имени М.В. Ломоносова

Программа не может быть использована другими подразделениями университета и другими вузами без разрешения факультета.

Цель и задачи дисциплины

Цель дисциплины - освоение основных современных методов экстремальной комбинаторики.

Задачи дисциплины:

- освоение студентами базовых знаний (понятий, концепций, методов и моделей) в области экстремальной комбинаторики
- приобретение теоретических знаний и практических умений и навыков в области экстремальной комбинаторики

1. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО - базовая часть, математический и естественно-научный цикл, курс I – семестр 1.

2. Входные требования для освоения дисциплины, предварительные условия (если есть): отсутствуют

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине:

Знать: основные современные методы экстремальной комбинаторики

Владеть: базовыми знаниями (понятиями, концепциями, методами и моделями) в области экстремальной комбинаторики

Иметь опыт: теоретических знаний, практических умений и навыков в области экстремальной комбинаторики

4. Формат обучения – лекционные и семинарские занятия.

5. Объем дисциплины составляет 3 з.е., в том числе 72 академических часа, отведенных на контактную работу обучающихся с преподавателем, 36 академических часов на самостоятельную работу обучающихся.

6. Краткое содержание дисциплины (аннотация):

В курсе будут рассмотрены основные определения и теоремы из раздела комбинаторики и экстремальной комбинаторики. Слушатели узнают, как о базовых темах (таких как принцип Дирихле, формула Мебиуса), так и о продвинутых (гиперграфы, случайные графы).

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины, Форма промежуточной аттестации по дисциплине	Всего (часы)	В том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) Виды контактной работы, часы			Самостоятельная работа обучающегося, часы (виды самостоятельной работы – эссе, реферат, контрольная работа и пр. – указываются при необходимости)
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Всего	
Принцип Дирихле	12	4	4	8	4
Формула включений и исключений	12	4	4	8	4
Полиномиальная формула	6	2	2	4	2
Свойства чисел сочетания	6	2	2	4	2
Треугольник Паскаля	5	2	2 Контр. раб.	4	1
Формула Мебиуса	6	2	2	4	2
Применение формулы Мебиуса для подсчета циклических последовательностей	6	2	2	4	2
Разбиение чисел на слагаемые	6	2	2	4	2
Числа Фибоначчи	6	2	2	4	2
Линейные рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами	6	2	2	4	2
Степенные ряды и производящие функции	6	2	2	4	2
Числа Каталана	5	2	2 Контр.	4	1

			раб.		
Деревья и унициклические графы	6	2	2	4	2
Основы теории гиперграфов	9	3	3	6	3
Случайные графы	9	3	3	6	3
Промежуточная аттестация -зачет					2 <i>(количество часов, отведенных на промежуточную аттестацию)</i>
Итого	108		72		36

7. Фонд оценочных средств (ФОС) для оценивания результатов обучения по дисциплине

7.1. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости:

1. Основные правила комбинаторики: правило сложения, правило умножения. Принцип Дирихле. Примеры.
2. Формула включений и исключений. Примеры.
3. Факториал. Размещения, перестановки и сочетания. Бином Ньютона.
4. Сочетания с повторениями. Полиномиальная формула.
5. Свойства чисел сочетания: доказательство знакопостоянных тождеств. Треугольник Паскаля.
6. Частный случай формулы включений и исключений. Доказательство знакопеременных тождеств.
7. Оценки для факториалов и биномиальных коэффициентов. Формула Стирлинга (б/д).
8. Функция Мёбиуса. Формула обращения Мёбиуса.
9. Применение формулы Мёбиуса для подсчета числа циклических последовательностей.
10. Основы комбинаторики разбиений: примеры задач.
11. Разбиение чисел на слагаемые. Доказательство рекуррентных соотношений.
12. Разбиение чисел на слагаемые. Диаграммная техника.
13. Разбиение чисел на слагаемые. Формула Эйлера. Формула Харди-Рамануджана (б/д).
14. Общая теория рекуррентных соотношений. Простейшие примеры.
15. Числа Фибоначчи: различные модели возникновения задачи, рекуррентное соотношение, теорема о представлении чисел Фибоначчи в виде суммы чисел сочетания.
16. Выравнивание последовательностей: рекуррентная формула для числа выравниваний $f(n,m)$; асимптотика (б/д).

7.2. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации:

1. Линейные рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами. Характеристический многочлен. Общий вид решения в случае, когда все корни характеристического многочлена различны. Числа Фибоначчи.
2. Правило деления многочлена на многочлен. Возникновение и определение формального степенного ряда.
3. Сложение, умножение и деление формальных степенных рядов. Теорема об области сходимости степенного ряда (б/д).

4. Понятие о производящей функции последовательности. Примеры применения техники степенных рядов и производящих функций для доказательства комбинаторных тождеств. Числа Фибоначчи.
5. Общий ряд Ньютона (б/д).
6. Числа Каталана: рекуррентное соотношение и его решение с помощью техники степенных рядов и производящих функций.
7. Общее понятие о графе. Задача Эйлера о кёнигсбергских мостах. Задача Кэли о структурных химических формулах.
8. Формальное определение графа, мультиграфа, псевдографа и орграфа. Примеры. Изоморфизм графов. Перечисление попарно неизоморфных графов на четырех вершинах.
9. Понятие о планарности графов. Гомеоморфизм графов. Графы K_5 и $K_{3,3}$. Подграфы. Теорема Понтрягина - Куратовского (б/д).
10. Маршруты в графах: цепи, циклы и т.д. Связность графа, компоненты связности. Степень вершины. Формула для суммы всех степеней вершин графа.
11. Эйлеров цикл. Критерий эйлеровости графа (три эквивалентных утверждения). Решение задачи о кёнигсбергских мостах.
12. Теорема о семи эквивалентных определениях дерева. Лес.
13. Разбиения чисел на слагаемые и их реализация с помощью графов (графичность разбиений). Алгоритм проверки разбиения на графичность и построения графа, отвечающего графичному разбиению (б/д). Критерий графичности разбиения (б/д).
14. Формула Кэли для числа всех (помеченных) деревьев на n вершинах. Решение задачи о структурных химических формулах. Понятие об унициклическом графе. Формула и асимптотика для числа всех унициклических графов на n вершинах (б/д).
15. Понятие метрического пространства. Расстояние между последовательностями, рекуррентная формула для подсчета этого расстояния и оценка сложности такого подсчета.
16. Понятие о случайном графе.
17. Последовательности де Брёйна.

Шкала и критерии оценивания результатов обучения по дисциплине.

Результаты обучения	«Неудовлетворительно»	«Удовлетворительно»	«Хорошо»	«Отлично»
Знания: основные современные методы экстремальной комбинаторики	Знания отсутствуют	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания
Умения:	Умения отсутствуют	В целом успешное, но не систематическое умение	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности неприципиального характера)	Успешное и систематическое умение

Владения: базовыми знаниями (понятиями, концепциями, методами и моделями) в области экстремальной комбинаторики	Навыки владения отсутствуют	Наличие отдельных навыков (наличие фрагментарного опыта)	В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме	Сформированн ые навыки (владения), применяемые при решении задач
---	--------------------------------	---	--	---

8. Ресурсное обеспечение:

- Перечень основной и дополнительной литературы:
 1. Виленкин Н.Я. Комбинаторика. - М.: ФИМА: МЦНМО, 2015
 2. Харари Ф. Теория графов. - М.: URSS: ЛЕНАНД, 2015
 3. Алфутова Н.Б., Устинов А.В. Алгебра и теория чисел (сборник задач). - М.: МЦНМО, 2009
 4. Холл М. Комбинаторика. - Москва: Мир, 1970
 5. Галочкин А.И., Нестеренко Ю.В., Шидловский А.Б. Введение в теорию чисел. - Москва: Изд-во Московского университета, 1995
 6. М.С. Уотермен. Математические методы для анализа последовательностей ДНК - Москва: Мир, 1999
 7. Скворцов В.А. Примеры метрических пространств. – М.: Изд-во Моск. центра непрерыв. мат. образования, 2012
 8. Оре О. Теория графов. – М.: URSS: ЛИБРОКОМ, 2009
 9. Райгородский А.М., Савватеев А.В., Шкредов И.Д. Методическое пособие по курсу "Комбинаторика". - 2013
- Перечень лицензионного программного обеспечения (при необходимости)
- Перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем:
 1. PDB <https://www.rcsb.org/>
 2. NCBI <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/>
 3. Uniprot <https://www.uniprot.org/>
 4. EBI <https://www.ebi.ac.uk/>
 5. UCSC Genome Browser <https://genome.ucsc.edu>
 6. Pfam <https://pfam.xfam.org/>
- Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:
 1. Электронная библиотека МГУ <http://www.nbmgu.ru/publicdb/>
- Описание материально-технического обеспечения:
 1. Помещения: учебная аудитория
 2. Оборудование: доска
 3. Иные материалы: мел, маркер