

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
профессионального образования  
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова  
*Факультет биоинженерии и биоинформатики*

**УТВЕРЖДАЮ**

Декан  
факультета биоинженерии  
и биоинформатики,  
академик

\_\_\_\_\_/В.П. Скулачев /

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Наименование дисциплины:**

**Дифференциальные уравнения**

**Уровень высшего образования:**

**специалитет**

**Направление подготовки (специальность):**

**06.05.01 Биоинженерия и биоинформатика**

**Форма обучения:**

**очная**

Рабочая программа рассмотрена и одобрена

*Ученым советом факультета*

(протокол № \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_)

Москва 20\_\_\_\_

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по специальности 06.05.01 «Биоинженерия и биоинформатика» (программы специалитета) в редакции приказа МГУ от 30 декабря 2016 г.

Год (годы) приема на обучение – 2016, 2017, 2018, 2019.

© Факультет биоинженерии и биоинформатики МГУ имени М.В. Ломоносова

*Программа не может быть использована другими подразделениями университета и другими вузами без разрешения факультета.*

## **Цель и задачи дисциплины**

### **Цели дисциплины:**

- формирование математической культуры студентов
- фундаментальная подготовка студентов в области дифференциальных уравнений,
- овладение современным аппаратом этой дисциплины для дальнейшего использования в различных областях математического знания и других естественных науках.

### **Задачи дисциплины:**

- изучить основные понятия и разделы теории обыкновенных дифференциальных уравнений
- уметь применять полученные знания, умения и навыки при изучении других дисциплин и в профессиональной деятельности
- получить представления о ценности математики, как науки и о ее роли в естественнонаучных, инженерно-технических и др. исследованиях
- овладеть навыками самостоятельного изучения учебной литературы по обыкновенным дифференциальным уравнениям
- уметь решать типовые задачи, соответствующие изучаемым разделам

**1.** Место дисциплины в структуре ОПОП ВО: базовая часть, математический и естественнонаучный цикл, курс II – семестр 4.

**2.** Входные требования для освоения дисциплины, предварительные условия (если есть): студент должен знать основы линейной алгебры и аналитической геометрии, дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких переменных; студент должен уметь решать системы линейных уравнений и неравенств, вычислять пределы и производные функций, интегралы.

**3.** Планируемые результаты обучения по дисциплине:

#### ***Знать:***

- основные понятия теории дифференциальных уравнений
- основные определения и свойства объектов теории дифференциальных уравнений
- формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства
- возможные сферы их связи и приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания

#### ***Уметь***

- используя определения, проводить исследования, связанные с основными понятиями
- применять методы теории дифференциальных уравнений к доказательству теорем и решению задач
- определять возможности применения теоретических положений и методов теории дифференциальных уравнений для постановки и решения конкретных прикладных задач
- производить оценку качества полученных решений прикладных задач
- уметь применять полученные навыки в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания
- понимать и применять на практике информационные технологии для решения различных задач математического анализа
- понимать и применять на практике компьютерные технологии для решения различных задач математического анализа

#### ***Владеть:***

- аппаратом теории дифференциальных уравнений; методами доказательства утверждений;
- навыками применения элементов теории дифференциальных уравнений в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания;
- современными знаниями о теории дифференциальных уравнений и его приложениях;
- стандартными методами и моделями теории дифференциальных уравнений и их применением к решению прикладных задач;

- навыками пользования библиотеками прикладных программ для ЭВМ для решения прикладных задач.

4. Формат обучения – лекционные и семинарские занятия.

5. Объем дисциплины составляет 3 з.е., в том числе 72 академических часа, отведенных на контактную работу обучающихся с преподавателем, 36 академических часов на самостоятельную работу обучающихся.

**6. Краткое содержание дисциплины (аннотация):**

Обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ) первого порядка. Задачи, сводящиеся к дифференциальным уравнениям. Понятие ОДУ первого порядка и его решения. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Интегрирование основных классов ОДУ первого порядка.

Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков. Понятие ОДУ n-ого порядка и его решения. Задача Коши и краевые задачи. Простейшие случаи понижения порядка. Линейные уравнения. Интегрирование линейных уравнений с постоянными коэффициентами.

Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Понятие нормальной системы ОДУ. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши и основные следствия из неё. Простейшие случаи интегрирования систем ОДУ. Интегрирование линейных систем ОДУ с постоянными коэффициентами.

Уравнения в частных производных (УЧП) первого порядка. Понятие УЧП первого порядка и его решения. Задача Коши. Интегрирование линейных и квазилинейных уравнений. Уравнения в частных производных второго порядка.

Понятие УЧП второго порядка и его решения. УЧП второго порядка с двумя независимыми переменными. Задача Коши, граничные и начально-граничные (смешанные) задачи. Физические задачи, сводящиеся к УЧП второго порядка: уравнение колебаний струны, уравнение теплопроводности, уравнения Лапласа и Пуассона.

| Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины,<br><br>Форма промежуточной аттестации по дисциплине | Всего (часы) | В том числе   |                           |       |  |
|--|--------------|---|---------------------------|-------|--|
|  |              | Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем)<br>Виды контактной работы, часы |                           |       | Самостоятельная работа обучающегося, часы<br>(виды самостоятельной работы – эссе, реферат, контрольная работа и пр. – указываются при необходимости) |
|  |              | Занятия лекционного типа  | Занятия семинарского типа | Всего |  |
| Тема 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ). ОДУ 1-го порядка.<br><i>Содержание темы:</i>              | 18           | 5   | 9                         | 14    | 4  |

|  |    |   |                         |    |   |
|--|----|---|-------------------------|----|---|
| <p>ОДУ 1-го порядка, разрешённое относительно производной, его геометрический смысл. Уравнения с разделяющимися переменными. Линейные однородные и неоднородные уравнения 1-го порядка, уравнения Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах. Понятие об интегрирующем множителе, интегрирующий множитель линейного уравнения.</p>  |    |   |                         |    |   |
| <p>Тема 2. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для ОДУ 1-го порядка.<br/>Содержание темы:<br/>Особые точки. Примеры не единственности решения задачи Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для ОДУ n-го порядка. Уравнения, допускающие понижение порядка.</p>   | 12 | 3 | 3<br>Контрольная работа | 6  | 6 |
| <p>Тема 3. Линейные ОДУ 2-го порядка.<br/>Содержание темы:<br/>Общий вид решения однородного уравнения. Решение однородного уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Общий вид линейного неоднородного уравнения. Метод вариации произвольных постоянных для линейного уравнения 2-го порядка. Решение линейного неоднородного уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью в виде квазимногочлена.</p> | 14 | 4 | 4                       | 8  | 6 |
| <p>Тема 4. Определитель Вронского системы функций, его свойства. Линейные дифференциальные n-го</p>  | 21 | 7 | 8                       | 15 | 6 |

|  |    |   |   |    |   |
|--|----|---|---|----|---|
| <p>порядка. Уравнение Эйлера.<br/> Содержание темы:<br/> Выражение для определителя Вронского решений уравнения <math>n</math>-го порядка, линейная зависимость системы из любых <math>(n+1)</math> решений. Определитель Вронского, составленный из решений линейного уравнения 2-го порядка. Нахождение общего решения при известном частном решении, формула Лиувилля. Метод вариации произвольных постоянных для линейного ДУ <math>n</math>-го порядка. Решение линейного однородного уравнения <math>n</math>-го порядка с постоянными коэффициентами. Решение неоднородного уравнения с правой частью в виде квазимногочлена. Уравнение Эйлера.</p> |    |   |   |    |   |
| <p>Тема 5. Краевые задачи для линейного уравнения 2-го порядка. Собственные функции и собственные числа. Функция Грина.<br/> Содержание темы:<br/> Функция Грина краевой задачи, теорема существования. Собственные функции и собственные числа краевой задачи.</p>  | 10 | 4 | 4 | 8  | 2 |
| <p>Тема 6. Системы дифференциальных уравнений.<br/> Содержание темы:<br/> Сведение системы дифференциальных уравнений к системе уравнений первого порядка, сведение системы к одному уравнению. Теорема существования и единственности решения. Системы линейных уравнений первого порядка (однородные и неоднородные). Метод вариации постоянных. Линейные однородные системы дифференциальных</p>  | 15 | 7 | 4 | 11 | 4 |

|  |     |   |                         |    |   |
|--|-----|---|-------------------------|----|---|
| уравнений с постоянными коэффициентами.  |     |   |                         |    |   |
| Тема 7. Уравнения в частных производных.<br>Содержание темы:<br>Линейные однородные уравнения первого порядка. Характеристики, первый интеграл. Уравнение колебания струны. Задача Коши для неограниченной струны, формула Даламбера. Решение начальной задачи для полуограниченной струны с закреплённым концом. Задача о колебаниях ограниченной струны. Решение методом Фурье. Уравнение теплопроводности. Решение задачи о распространении тепла в конечном стержне методом Фурье. | 14  | 6 | 4<br>Контрольная работа | 10 | 4   |
| Промежуточная аттестация - экзамен   |     |   |                         |    | 4<br>(количество часов, отведенных на промежуточную аттестацию) |
| <b>Итого</b>   | 108 |   | 72                      |    | 36  |

7. Фонд оценочных средств (ФОС) для оценивания результатов обучения по дисциплине

7.1. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости.

Примеры вариантов контрольных работ:

К.р. №1 на тему «Теорема существования и единственности решения задачи Коши для ОДУ 1-го порядка»

59.14, 61.4 из Власов В.В., Митрохин С.И., Прошкина А.В., Родионов Т.В., Трушина О.В.

Задачи и упражнения по математическому анализу и дифференциальным уравнениям: учебное пособие // М.: Интернет-университет информационных технологий, 2009. — 360 с.

п.2: 26, 30, 68 из Романко В.К., Агаханов Н.Х., Власов В.В., Коваленко Л.И. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению // М.: Юнимедиастилл, 2002. – 256 с.

154 из Филиппов, А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям // Москва: Наука, 1979. - 128 с.

К.р. №2 на тему «Уравнения в частных производных»

62.2, 62.22, 63.26 из Власов В.В., Митрохин С.И., Прошкина А.В., Родионов Т.В., Трушина О.В. Задачи и упражнения по математическому анализу и дифференциальным уравнениям: учебное пособие // М.: Интернет-университет информационных технологий, 2009. — 360 с.

п.10: 25 из Романко В.К., Агаханов Н.Х., Власов В.В., Коваленко Л.И. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению // М.: Юнимедиастилл, 2002. – 256 с.

7.2. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации.

Вопросы к экзамену:

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Примеры. Решение обыкновенного дифференциального уравнения. Обыкновенное дифференциальное уравнение 1-го порядка, разрешённое относительно производной, его геометрический смысл.
2. Задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений 1-го порядка. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Уравнения с разделяющимися переменными.
3. Однородные функции двух переменных. Однородные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка, метод вариации постоянного для них. Уравнения Бернулли.
4. Уравнения в полных дифференциалах. Понятие об интегрирующем множителе, интегрирующий множитель линейного уравнения.
5. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка, разрешённого относительно старшей производной (без доказательства). Линейные обыкновенные дифференциальные уравнения 2-го порядка, общий вид решения однородного уравнения.
6. Типы обыкновенных дифференциальных уравнений, допускающие понижение порядка.
7. Решение линейного однородного дифференциального уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
8. Общий вид решения линейного неоднородного уравнения. Метод вариации произвольных постоянных для линейного дифференциального уравнения 2-го порядка.
9. Решение линейного уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью в виде квазимногочлена.
10. Определитель Вронского системы функций, его свойства. Выражение для определителя Вронского решений уравнения 2-го порядка. Нахождение общего решения при известном частном решении.
11. Краевые задачи для линейного уравнения второго порядка. Сведение к однородной задаче с уравнением, не содержащим первую производную. Собственные значения и собственные функции задачи Дирихле для выражения  $I[y] = -y''$ .
12. Выражение для определителя Вронского решений уравнения  $n$ -го порядка, линейная зависимость системы из любых  $(n+1)$  решений. Метод вариации произвольных постоянных для линейного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.
13. Решение линейного однородного уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Случай различных корней характеристического уравнения.
14. Решение линейного однородного уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Случай кратных корней характеристического уравнения.
15. Решение линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами и с правой частью в виде квазимногочлена. Примеры.
16. Линейные дифференциальные уравнение  $n$ -го порядка с переменными коэффициентами, сводящиеся к уравнениям с постоянными коэффициентами (уравнение Эйлера).
17. Системы дифференциальных уравнений 1-го порядка. Нормальная и симметрическая формы систем дифференциальных уравнений. Первый интеграл системы дифференциальных уравнений.



18. Теорема существования и единственности для систем дифференциальных уравнений 1-го порядка (без доказательства). Системы линейных дифференциальных уравнений 1-го порядка, общий вид решения однородной системы.

19. Системы линейных дифференциальных уравнений 1-го порядка. Метод вариации произвольных постоянных.

20. Интегрирование линейных уравнений в частных производных 1-го порядка. Случаи неизвестной функции двух или трёх аргументов.

21. Интегрирование квазилинейных уравнений в частных производных 1-го порядка. Случай квазилинейного неоднородного уравнения 1-го порядка с неизвестной функцией двух аргументов.

22. Уравнения в частных производных 2-го порядка. Уравнение Лапласа, волновое уравнение и уравнение теплопроводности. Задача Коши для неограниченной струны. Формула Даламбера.

23. Уравнения в частных производных 2-го порядка. Задача о колебаниях ограниченной струны. Решение методом Фурье

### Шкала и критерии оценивания результатов обучения по дисциплине.

| Результаты обучения  | «Неудовлетворительно» | «Удовлетворительно»                            | «Хорошо»   | «Отлично»                             |
|--|-----------------------|--|--|---------------------------------------|
| <b>Знания:</b><br>- основные понятия теории дифференциальных уравнений<br>- основные определения и свойства объектов теории дифференциальных уравнений<br>- формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства<br>- возможные сферы их связи и приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания | Знания отсутствуют    | Фрагментарные знания                           | Общие, но не структурированные знания                    | Сформированные систематические знания |
| <b>Умения:</b><br>- используя определения, проводить исследования,   | Умения отсутствуют    | В целом успешное, но не систематическое умение | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение | Успешное и систематическое умение     |

|   |  |  |   |  |
|---|--|--|---|--|
| <p>связанные с основными понятиями</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- применять методы теории дифференциальных уравнений к доказательству теорем и решению задач</li> <li>- определять возможности применения теоретических положений и методов теории дифференциальных уравнений для постановки и решения конкретных прикладных задач</li> <li>- производить оценку качества полученных решений прикладных задач</li> <li>- уметь применять полученные навыки в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания</li> <li>- понимать и применять на практике информационные технологии для решения различных задач математического анализа</li> <li>- понимать и применять на практике компьютерные технологии для решения различных</li> </ul> |  |  | <p>(допускает неточности непринципиального характера)</p> |  |
|---|--|--|---|--|

|   |                             |  |  |   |
|---|-----------------------------|--|--|---|
| задач математического анализа   |                             |  |  |   |
| <p>Владения:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- аппаратом теории дифференциальных уравнений; методами доказательства утверждений;</li> <li>- навыками применения элементов теории дифференциальных уравнений в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания;</li> <li>- современным и знаниями о теории дифференциальных уравнений и его приложениях;</li> <li>- стандартными методами и моделями теории дифференциальных уравнений и их применением к решению прикладных задач;</li> <li>- навыками пользования библиотеками прикладных программ для ЭВМ для решения прикладных задач.</li> </ul> | Навыки владения отсутствуют | Наличие отдельных навыков (наличие фрагментарного опыта) | В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме | Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач |

#### 8. Ресурсное обеспечение:

- Перечень основной и дополнительной литературы

1. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений// М.: Гос.изд. технико-теоретической литературы, 1950. – 473 с.

2. Филиппов, А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям // Москва: Наука, 1979. - 128 с.

3. Эльстольц Л.Э. Дифференциальные уравнения: учебник (изд.7) // Москва: ЛКИ, 2008. - 424 с.
  4. Пантелеев А.В., Якимова А.С., Босов А.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения в примерах и задачах: Учебное пособие для студ. ВТУзов // М.: МАИ, 2000. – 380 с.
  5. Власов В.В., Митрохин С.И., Прошкина А.В., Родионов Т.В., Трушина О.В. Задачи и упражнения по математическому анализу и дифференциальным уравнениям: учебное пособие // М.:Интернет-университет информационных технологий, 2009. — 360 с.
  6. Романко В.К., Агаханов Н.Х., Власов В.В., Коваленко Л.И. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению // М.: Юнимедиастайл, 2002. – 256 с.
  7. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики // Москва: Наука, 1979. — 685 с.
- Перечень лицензионного программного обеспечения (при необходимости)
  - Перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем
  - Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости)
  - Электронная библиотека МГУ <http://www.nbmgu.ru/publicdb/>
  - Описание материально-технического обеспечения.